



Problema de la Semana

Problema D y Solución

El Juego de Béisbol

Problema

Abigail creó un juego para la feria de matemáticas de su escuela. El juego consiste en poner 3 bolas de béisbol, numeradas del 1 al 3, en un bolsa. Luego, sin mirar, los participantes escogen aleatoriamente una bola de la bolsa, anotan el número, y ponen la bola de regreso en la bolsa. Los participantes hacen esto dos veces más y luego calculan la suma de los tres números anotados. Si la suma es menor a 8, el participante gana un premio.

¿Cuál es la probabilidad de que un participante gane un premio al jugar este juego una vez?

Solución

Para poder determinar la probabilidad, necesitamos determinar la cantidad de maneras de escoger 3 bolas de béisbol de la bolsa tal que la suma de sus números sea menor que 8, y luego dividir ese número para el total de maneras de escoger las tres bolas de béisbol de la bolsa.

Primero, determinemos la cantidad de maneras de escoger 3 bolas de béisbol de la bolsa. Las bolas de béisbol son reemplazadas después de cada elección, por lo que cada vez que se escoge una bola puede tener el número 1, 2, o 3. Como escogemos una bola de la bolsa 3 veces y hay 3 valores posibles por cada elección, hay $3 \times 3 \times 3 = 27$ maneras de escoger 3 bolas de béisbol de la bolsa.

Presentamos dos soluciones a este problema. En la Solución 1, calculamos directamente la cantidad de maneras de escoger 3 bolas de béisbol de la bolsa tal que la suma de sus números sea menor que 8. En la Solución 2, la calculamos de manera indirecta. Contamos la cantidad de maneras de escoger 3 bolas de béisbol de la bolsa tal que la suma de sus números sea 8 o mayor, y luego sustraemos ese número de 27 para obtener la cantidad deseada. En este problema es más fácil contar la cantidad deseada de manera indirecta.

Solución 1

Veamos cuantas de las 27 maneras de escoger las bolas resultan en una suma que es menor a 8 al ordenar las diferentes posibilidades.

- La bola 1 es seleccionada tres veces. En este caso, la suma sería $1 + 1 + 1 = 3 < 8$. Esta selección se puede hacer de 1 manera: 1, 1, 1.
- La bola 1 es seleccionada dos veces y la bola 2 es seleccionada una vez. En este caso, la suma sería $1 + 1 + 2 = 4 < 8$. Esta selección se puede hacer de 3 maneras: 1, 1, 2 o 1, 2, 1 o 2, 1, 1.
- La bola 1 es seleccionada dos veces y la bola 3 es seleccionada una vez. En este caso, la suma sería $1 + 1 + 3 = 5 < 8$. Esta selección se puede hacer de 3 maneras: 1, 1, 3 o 1, 3, 1 o 3, 1, 1.
- La bola 1 es seleccionada una vez y la bola 2 es seleccionada dos veces. En este caso, la



suma sería $1 + 2 + 2 = 5 < 8$. Esta selección se puede hacer de 3 maneras: 1, 2, 2 o 2, 1, 2 o 2, 2, 1.

- La bola 1 es seleccionada una vez y la bola 3 es seleccionada dos veces. En este caso, la suma sería $1 + 3 + 3 = 7 < 8$. Esta selección se puede hacer de 3 maneras: 1, 3, 3 o 3, 1, 3 o 3, 3, 1.
- La bola 1 es seleccionada una vez, la bola 2 es seleccionada una vez, y la bola 3 es seleccionada una vez. En este caso, la suma sería $1 + 2 + 3 = 6 < 8$. Esta selección se puede hacer de 6 maneras: 1, 2, 3 o 1, 3, 2 o 2, 1, 3 o 2, 3, 1 o 3, 1, 2 o 3, 2, 1.
- La bola 2 es seleccionada tres veces. En este caso, la suma sería $2 + 2 + 2 = 6 < 8$. Esta selección se puede hacer de 1 manera: 2, 2, 2.
- La bola 2 es seleccionada dos veces y la bola 3 es seleccionada una vez. En este caso, la suma sería $2 + 2 + 3 = 7 < 8$. Esta selección se puede hacer de 3 maneras: 2, 2, 3 o 2, 3, 2 o 3, 2, 2.
- La bola 2 es seleccionada una vez y la bola 3 es seleccionada dos veces. En este caso, la suma sería $2 + 3 + 3 = 8$, lo cual no es menor a 8.
- La bola 3 es seleccionada tres veces. En este caso, la suma sería $3 + 3 + 3 = 9$, lo cual no es menor a 8.

Consecuentemente, hay $1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 6 + 1 + 3 = 23$ maneras de escoger 3 bolas de béisbol de la bolsa tal que la suma de sus números sea menor que 8.

Por lo tanto, la probabilidad de que la suma sea menor 8 es $\frac{23}{27}$, o aproximadamente 85%.

Solution 2

Determinemos cuántas de las 27 posibles elecciones resultan en una suma igual o mayor a 8. Como la máxima suma es 9, necesitamos contar la cantidad de maneras de que la suma sea 8 o 9.

- La única manera de que la suma sea 8 es escoger la bola 2 una vez y la bola 3 dos veces. Esto se puede hacer de 3 maneras: 2, 3, 3 o 3, 2, 3 o 3, 3, 2.
- La única manera de que la suma sea 9 es escoger la bola 3 tres veces. Esto se puede hacer de 1 manera: 3, 3, 3.

Notamos que hay $3 + 1 = 4$ maneras de escoger 3 bolas de béisbol de la bolsa tal que la suma de sus números sea igual o mayor 8. Por lo tanto, de las 27 posibilidades, $27 - 4 = 23$ nos dan una suma menor a 8.

Consecuentemente, la probabilidad de que la suma sea menor 8 es $\frac{23}{27}$, o aproximadamente 85%.

¡Contar la cantidad deseada de manera indirecta es definitivamente más eficiente!



Extensión:

El juego de Abigail es *injusto* ya que la probabilidad de que la suma sea menor a 8 es $\frac{23}{27}$ o 85% mientras que la probabilidad de que la suma sea 8 o mayor es $\frac{4}{27}$ o 15%. En un juego justo, queremos que la probabilidad de ganar sea la misma a la de perder. ¿Podrías modificar el juego de Abigail para hacerlo justo?