



## Problema de la Semana

### Problema D y Solución

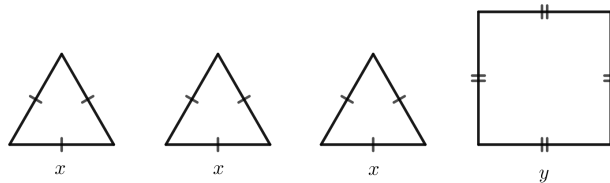
### Tres Triángulos y un Cuadrado

#### Problema

Simón tiene una cuerda que mide 200 cm de largo. Él corta la cuerda en cuatro piezas para que con una de las piezas sea posible formar un cuadrado, con sus dos extremos tocándose, y con las tres piezas restantes se puedan formar tres triángulos equiláteros, cada uno con sus dos extremos tocándose. Si las cuatro figuras tienen longitudes de lado enteras, en cm, determine todas las posibilidades para las longitudes de lado de cada triángulo y el cuadrado.

#### Solución

Sea  $x$  la longitud del lado, en centímetros, de cada triángulo equilátero y sea  $y$  la longitud del lado, en centímetros, del cuadrado.



El perímetro de cada figura es la longitud del trozo de cuerda que se usó para formarla. Para cada triángulo, la longitud de la cuerda es  $3x$  y para el cuadrado la longitud de la cuerda es  $4y$ . La cuerda total utilizada es  $3(3x) + 4y = 9x + 4y$ . Pero la longitud de la cuerda es 200 cm. Por lo tanto,

$$\begin{aligned} 9x + 4y &= 200 \\ 9x &= 200 - 4y \\ x &= \frac{4(50 - y)}{9} \end{aligned}$$

Sabemos que  $x$  y  $y$  son números enteros, y la información dada en el problema implica que  $x$  y  $y$  deben ser positivos. Dado que tanto  $x$  como  $y$  son números enteros,  $4(50 - y)$  debe ser un múltiplo de 9. Pero 4 no es divisible por 9, por lo que  $50 - y$  debe ser divisible por 9. Hay cinco múltiplos positivos de 9 entre 0 y 50: 9, 18, 27, 36 y 45. Entonces  $50 - y$  debe ser igual a 9, 18, 27, 36 o 45. De ello se deduce que  $y$  es igual a 41, 32, 23, 14 o 5. Los valores correspondientes de  $x$  se calculan en la siguiente tabla.

$y$	$4y$	$200 - 4y$	$x = \frac{200-4y}{9}$
41	164	36	4
32	128	72	8
23	92	108	12
14	56	144	16
5	20	180	20

Consecuentemente, hay 5 posibilidades. Cuando la longitud del lado del cuadrado es 41 cm, la longitud del lado de cada triángulo es 4 cm; cuando la longitud del lado del cuadrado es 32 cm,



la longitud del lado de cada triángulo es 8 cm; cuando la longitud del lado del cuadrado es 23 cm, la longitud del lado de cada triángulo es 12 cm; cuando la longitud del lado del cuadrado es 14 cm, la longitud del lado de cada triángulo es 16 cm; y cuando la longitud del lado del cuadrado es de 5 cm, la longitud del lado de cada triángulo es de 20 cm.