



Problema de la Semana

Problema D y Solución

¿Cuántas Personas Hay en el Teatro?

Problema

El teatro POTW tiene cuatro tipos de asientos: oro, platino, rojo y negro.

Una noche, se le preguntó al gerente del teatro cuántas personas habían en el teatro. El gerente respondió que $\frac{1}{6}$ de las personas en el teatro esa noche estaban en los asientos tipo oro, $\frac{1}{4}$ de las personas estaban en los asientos rojos o negros, la cantidad de personas en asientos platinos es 3 veces más que la cantidad de personas en asientos rojos, y hay 138 personas en asientos negros.

¿Cuántas personas habían en el teatro esa noche?

Solución

Sea n número total de personas en el teatro esa noche.

Sea g el número de personas en asientos tipo oro, s el número de personas en asientos platinos, r el número de personas en asientos rojos, y b el número de personas en asientos negros.

Claramente, $n = g + s + r + b$.

Como $\frac{1}{6}$ de las personas en el teatro estaban en asientos tipo oro, $g = \frac{1}{6}n$.

Como $\frac{1}{4}$ de las personas en el teatro estaban en asientos rojos o negros, $r + b = \frac{1}{4}n$.

Tenemos que $b = 138$. Por lo tanto, $r + b = \frac{1}{4}n$ se convierte en $r + 138 = \frac{1}{4}n$, o $r = \frac{1}{4}n - 138$.

Como la cantidad de personas en asientos platinos es 3 veces más que la cantidad de personas en asientos rojos, $s = 3r = 3(\frac{1}{4}n - 138)$.

Reemplazando estas expresiones para g , r , y s , y el valor de b en $n = g + s + r + b$, tenemos que

$$n = \left(\frac{1}{6}n\right) + 3\left(\frac{1}{4}n - 138\right) + \left(\frac{1}{4}n - 138\right) + 138$$

$$n = \frac{1}{6}n + \frac{3}{4}n - 414 + \frac{1}{4}n - 138 + 138$$

$$n = \frac{1}{6}n + n - 414$$

$$n = \frac{7}{6}n - 414$$

$$\frac{1}{6}n = 414$$

$$n = 2484$$

Por lo tanto, habían 2484 personas en el teatro esa noche.

A pesar de que no nos piden esto, podemos inclusive determinar que la cantidad de personas en asientos platinos es 1449, la cantidad de personas en asientos tipo oro es 414, y la cantidad de personas en asientos rojos es 483. Con estos valores podemos verificar los datos dados en el problema.