



## Problema de la Semana

### Problema D y Solución

### ¿Cuántas Personas Hay en el Teatro?

#### Problema

El teatro POTW tiene cuatro tipos de asientos: oro, platino, rojo y negro.

Una noche, se le preguntó al gerente del teatro cuántas personas habían en el teatro. El gerente respondió que  $\frac{1}{6}$  de las personas en el teatro esa noche estaban en los asientos tipo oro,  $\frac{1}{4}$  de las personas estaban en los asientos rojos o negros, la cantidad de personas en asientos platinos es 3 veces más que la cantidad de personas en asientos rojos, y hay 138 personas en asientos negros.

¿Cuántas personas habían en el teatro esa noche?

#### Solución

Sea  $n$  número total de personas en el teatro esa noche.

Sea  $g$  el número de personas en asientos tipo oro,  $s$  el número de personas en asientos platinos,  $r$  el número de personas en asientos rojos, y  $b$  el número de personas en asientos negros.

Claramente,  $n = g + s + r + b$ .

Como  $\frac{1}{6}$  de las personas en el teatro estaban en asientos tipo oro,  $g = \frac{1}{6}n$ .

Como  $\frac{1}{4}$  de las personas en el teatro estaban en asientos rojos o negros,  $r + b = \frac{1}{4}n$ .

Tenemos que  $b = 138$ . Por lo tanto,  $r + b = \frac{1}{4}n$  se convierte en  $r + 138 = \frac{1}{4}n$ , o  $r = \frac{1}{4}n - 138$ .

Como la cantidad de personas en asientos platinos es 3 veces más que la cantidad de personas en asientos rojos,  $s = 3r = 3(\frac{1}{4}n - 138)$ .

Reemplazando estas expresiones para  $g$ ,  $r$ , y  $s$ , y el valor de  $b$  en  $n = g + s + r + b$ , tenemos que

$$\begin{aligned}n &= \left(\frac{1}{6}n\right) + 3\left(\frac{1}{4}n - 138\right) + \left(\frac{1}{4}n - 138\right) + 138 \\n &= \frac{1}{6}n + \frac{3}{4}n - 414 + \frac{1}{4}n - 138 + 138 \\n &= \frac{1}{6}n + n - 414 \\n &= \frac{7}{6}n - 414 \\ \frac{1}{6}n &= 414 \\n &= 2484\end{aligned}$$

Por lo tanto, habían 2484 personas en el teatro esa noche.

A pesar de que no nos piden esto, podemos inclusive determinar que la cantidad de personas en asientos platinos es 1449, la cantidad de personas en asientos tipo oro es 414, y la cantidad de personas en asientos rojos es 483. Con estos valores podemos verificar los datos dados en el problema.