



## Problema de la Semana

### Problema D y Solución

#### Contando Empates



#### Problema

Hay cuatro equipos de softbol en una escuela, cada uno con un nombre de la vida silvestre local: Ardillas, Ardillas Listadas, Mapaches y Zarigüeyas.

Al final de la temporada, cada equipo había jugado contra todos los demás equipos exactamente cuatro veces. Un equipo gana 3 puntos por victoria, 1 punto por empate y ningún punto por derrota. El total de puntos ganados por cada equipo es el siguiente.

Nombre del equipo	Número total de puntos
Ardillas	12
Ardillas Listadas	14
Mapaches	19
Zarigüeyas	22

¿Cuántos de los partidos jugados en la temporada terminaron en empate?

#### Solución

Dado que cada equipo jugó contra todos los demás equipos cuatro veces, cada equipo jugó  $3 \times 4 = 12$  juegos. Como hay cuatro equipos, se jugaron un total de  $\frac{4 \times 12}{2} = 24$  juegos. Ten en cuenta que dividimos por 2 para no contar dos veces los juegos. Por ejemplo, las Ardillas jugando con las Zarigüeyas es lo mismo que las Zarigüeyas jugando con las Ardillas.

En los juegos donde un equipo ganó y otro equipo perdió, un equipo ganó 3 puntos y el otro equipo ganó 0 puntos, por lo que se otorgaron un total de 3 puntos. En los juegos que terminaron en empate, ambos equipos ganaron 1 punto, por lo que se otorgaron un total de 2 puntos.

Si no hubiera empates, entonces 24 juegos darían como resultado  $24 \times 3 = 72$  puntos otorgados en total. Sin embargo, se otorgaron  $12 + 14 + 19 + 22 = 67$  puntos en total. Dado que se otorgaron un total de 3 puntos cuando hubo una victoria y un total de 2 puntos cuando hubo un empate, cada juego de empate agrega un punto menos al número total de puntos que un juego donde hubo una victoria. De ello se deduce que cada punto por debajo de 72 debe representar un juego empatado. Dado que  $72 - 67 = 5$ , debe haber 5 juegos empatados.

Dado que se jugaron 24 juegos,  $24 - 5 = 19$  juegos resultaron en una victoria. Debemos comprobar que existe una combinación de victorias, empates y derrotas que satisfaga las condiciones del problema. A continuación se muestra una posibilidad.

Nombre del equipo	# victorias	# empates	# derrotas	Total de puntos
Ardillas	3	3	6	12
Ardillas Listadas	3	5	4	14
Mapaches	6	1	5	19
Zarigüeyas	7	1	4	22
TOTAL	19	10	19	67

En la tabla, hay un total de 10 empates. Esto significa que 5 juegos terminaron en empate y se otorgaron un total de 10 puntos por empate.



**Extensión:** Hay 5 otras combinaciones de victorias, empates y derrotas que satisfacen las condiciones del problema. ¿Puedes encontrarlas todas?