



Problema de la Semana

Problema D y Solución

Máquina Matemática

Problema

Ingresamos un entero positivo p en una máquina. Si p es impar, la máquina genera el entero $p + 5$. Si p es par, la máquina genera el entero $p + 11$. Este proceso se puede repetir usando cada valor generado como siguiente entrada a la máquina. Por ejemplo, si la entrada es $p = 1$ y la máquina se usa tres veces, el valor final es 22.

Si la entrada es $p = 2023$ y la máquina se usa 101 veces, encuentra el valor final generado por la máquina.



Solución

Si p es impar, el valor generado por la máquina es $p + 5$, que es par porque es la suma de dos enteros impares. Si p es par, el valor generado por la máquina es $p + 11$, que es impar, porque es la suma de un entero par y un entero impar.

Partiendo de $p = 2023$ y usando la máquina 2 veces, obtenemos $2023 + 5 = 2028$ y luego $2028 + 11 = 2039$.

Partiendo de 2039 y usando la máquina 2 veces, obtenemos $2039 + 5 = 2044$ y luego $2044 + 11 = 2055$.

Comenzando con un entero impar y usando la máquina 2 veces, el resultado neto siempre suma 16 a la entrada, porque la entrada impar genera un valor que es 5 más grande (y por tanto par) y al usar la máquina de nuevo genera un segundo valor que es 11 más grande que el primer valor generado. Esto nos da un resultado neto que es $5 + 11 = 16$ unidades mayor que la entrada.

Por lo tanto, usando la máquina 96 más veces (es decir, repitiendo los pasos de 2 en 2 un total de 48 más veces) sumamos 16 un total de 48 veces más para obtener $2055 + 48 \times 16 = 2823$. Hasta este punto, la máquina se ha usado 100 veces.

La próxima vez que se use la máquina, el resultado será $2823 + 5 = 2828$.

Por lo tanto, el valor final después de usar la máquina 101 veces es 2828.